



پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری

دوره ۷، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، صص ۱-۱۸

نوع مقاله: پژوهشی

مدلسازی و حل مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی با منابع محدود در جهت برقراری حداکثری قیود سخت و نرم

محبوبه مولوی عربشاهی^{۱*}، جواد وحیدی^۲، سمیرا طالبی انارکی^۳

۱. استادیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۲. استادیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۱۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۰۷

چکیده

مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، به ارائه یک جدول زمان‌بندی می‌پردازد که هدف آن، تخصیص دروس به بازه‌های زمانی مختلف در طول هفته و تعیین چینشی از دروس است که ضمن رعایت مقررات آموزشی از نظر مدرس، دانشجو و امکانات دانشگاه قابل قبول و انجام پذیر باشد. در این مقاله سعی شده است، یک مسئله برنامه‌ریزی را مورد بررسی قرار گرفته که همه محدودیت‌های برنامه‌ریزی و فشرده بودن برنامه درسی، توزیع برنامه دروس در چارچوب زمانی بررسی شده، ترجیحات اساتید، حداقل تعداد روزهای کاری، حداکثر ظرفیت و پابرجایی کلاس‌ها (با هدف حداقل کردن رفت و آمد روزانه دانشجویان بین کلاس‌ها) رعایت شوند. جهت مدل‌سازی مساله، یک مسئله برنامه‌ریزی ریاضی از نوع غیرخطی عدد صحیح و با ابعاد بزرگ را در نظر گرفته ایم. حل مدل ریاضی به کمک نرم افزارها GAMS انجام و نتایج برنامه‌ریزی درسی برای ترم دوم کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی دانشگاه علم و صنعت در پایان گزارش شده است.

کلیدواژه‌ها: برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، برنامه درسی، محدودیت، برنامه‌ریزی عدد صحیح، مدلسازی ریاضی.



۱- مقدمه

مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی^۱ از یک مسئله عملیاتی تشکیل شده است که هدف آن، تعیین بهترین زمان بندی برای مجموعه‌ای از دروس دانشگاه در مدت زمان مشخص (در یک دوره پنج روزه کاری) و با در نظر گرفتن تعداد کلاس‌های موجود می‌باشد. برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی در زمینه بهینه سازی و فراتر از آن بسیار مورد توجه و مورد مطالعه قرار گرفته است. تنوع بی شماری در این مسئله وجود دارد که بستگی به مراحل مختلف آموزشی و کشورهایی که در آنها تدوین شده است دارد [۱]. سه نوع طبقه بندی برای مسئله برنامه‌ریزی دروس بیان شده است [۲]:

- برنامه ریزی دروس مدرسه
 - برنامه ریزی دروس دانشگاهی یا برنامه ریزی هفتگی مجموعه ای از دروس دانشگاهی
 - برنامه ریزی امتحانات؛ که شامل تاریخ امتحان هر درس می باشد.
- در این مقاله، روی برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی متمرکز شده ایم. این مسئله از ویژگی های خاصی برخوردار است.

مسائل زمانبندی مجموعه ای از مسائل بهینه سازی برای یافتن تخصیص بهینه برای مجموعه معینی از رویدادها و منابع در مکان و زمان معین هستند به طوری که تا حد امکان مجموعه ای از اهداف مطلوب را برآورده سازند [۳]. این نوع مسائل از نوع NP-complete هستند [۴]. در این پژوهش، زمان بندی دوره‌های دانشگاهی به‌عنوان نوعی از مسائل رایج زمان بندی در نظر گرفته می‌شود. بسیاری از دانشگاه‌ها با این وضعیت مواجه هستند که ایجاد جدول زمانی دوره‌ها دشوار است و به ندرت آن جدول زمانی تمام محدودیت‌ها را برآورده می‌کند. تا به اکنون، متخصصان زیادی سعی کرده اند با استفاده از رویکردهای پیشرفته مانند نظریه مجموعه فازی، مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی را به طور خودکار حل کنند [۵-۷]. بررسی مسائل برنامه ریزی دروس دانشگاهی سابقه‌ای طولانی دارد. در طول چهل سال گذشته، پژوهشگران با استفاده از روش‌های مبتنی بر محدودیت، رویکردهای مبتنی بر جمعیت (مانند الگوریتم‌های ژنتیک^۲، بهینه‌سازی کلونی مورچگان^۳ و...)، روش‌های فراابتکاری^۴، جستجوی همسایگی متغیر و ... رویکردهای زمان بندی مختلفی را پیشنهاد کرده‌اند [۸-۱۰]. همچنین یک بررسی جامع در مورد زمان بندی توسط پژوهشگران انجام شده است [۱۱ و ۱۲]. چندین محقق از الگوریتم‌های ژنتیک برای حل مسائل برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی استفاده کرده‌اند [۱۳-۱۶].



روسی دوریا^۵ و همکاران، روش‌های فراابتکاری مختلف را برای حل مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی مقایسه کردند [۱۷]. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که الگوریتم‌های ژنتیک معمولی، نتایج خوبی در میان تعدادی از رویکردهای توسعه یافته برای مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی نمی‌دهند. از این رو الگوریتم‌های ژنتیک معمولی باید برای حل مسائل برنامه‌ریزی مذکور تقویت شوند. الگوریتم‌های ژنتیک بر جمعیتی از راه‌حل‌های کاندید تکیه می‌کنند [۱۸]. اگر جمعیت خوبی وجود داشته باشد، شانس ایجاد یک راه حل عملی و بهینه افزایش می‌یابد. در الگوریتم ژنتیک پیشرفته، یک استراتژی جستجوی هدایت شده برای ایجاد فرزندان در جمعیت بر اساس یک ساختار داده اضافی استفاده می‌شود. این ساختار داده از بهترین افراد جامعه ساخته شده است و از این رو اطلاعات مفیدی را ذخیره می‌کند که می‌تواند برای هدایت نسل فرزندان خوب به جمعیت بعدی استفاده می‌شود [۱۹ و ۲۰]. بر روی این نوع مسائل با توجه به مطالعات آنها در دانشگاه‌های خاص، کارهای زیادی انجام شده است و فرمول‌ها و الگوریتم‌های زیادی ایجاد شده است. یکی دیگر از پارادایم‌های محاسباتی مهم، مفهوم رنگ آمیزی گراف^۶ است که در آن رئوس نشان‌دهنده درس‌ها هستند و یک کمان تنها در صورتی به دو راس می‌پیوندد که نتوان آنها را در یک زمان برنامه‌ریزی کرد [۲۱ و ۲۲ و ۲۳]. در ادامه، یک مدل ریاضی برای مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی ارائه می‌دهیم و هر یک از قیدها را به تفصیل مورد بررسی قرار خواهیم داد. سپس مدل معرفی شده را برای مقطع کارشناسی ارشد گروه ریاضی کاربردی دانشگاه علم و صنعت (شامل گرایش‌های بهینه‌سازی، آنالیز عددی و رمزکد)، با استفاده از نرم‌افزار GAMS پیاده‌سازی و نتایج آن را بررسی می‌کنیم.

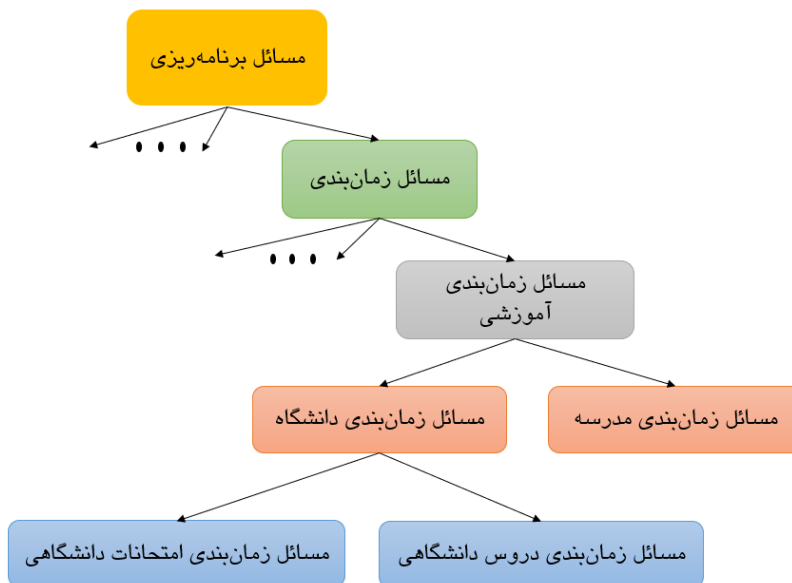
۲- تشریح مسئله پژوهش و تبیین مدل

دروس دانشگاهی انواع مختلفی دارد. در بسیاری از دانشگاه‌ها، دروس به دو دسته تقسیم می‌شوند [۲۴: ۱] اجباری: دروسی هستند که برای همه دانشجویان ورودی یکسان، تعیین شده است؛ زیرا دانشکده، آن را درس پایه‌ای می‌داند. ۲) انتخابی: دروسی هستند که دانشجویان، آن‌ها را با توجه به رشته و علاقه خود و بر اساس گذراندن حداقل تعداد واحد تعیین شده انتخاب می‌کنند.

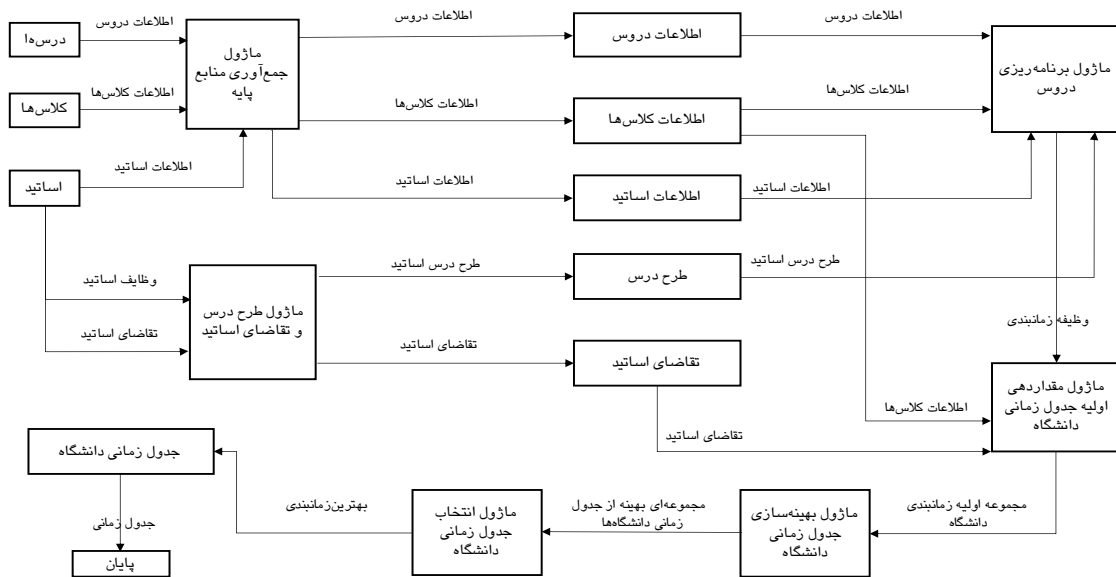
تأکید می‌کنیم که دروس اجباری یا اختیاری که مربوط به جدول زمانی یک دانشجو است، هرگز نباید با هم، هم‌پوشانی داشته باشند. گاهی اوقات، خود گروه آموزشی برخی از برنامه‌های درسی مبتنی بر مجموعه‌ای از دروس انتخابی و اجباری را به دانشجویان پیشنهاد می‌کند.



بنابراین، مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، تبدیل به یک مسئله پیچیده‌تر می‌شود؛ زیرا دو یا چند درس در بین آن‌ها به اشتراک گذاشته نشده اند [۲۵]. در یک مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، مجموعه‌ای از درس‌ها هستند که برنامه‌های درسی بر اساس آن‌ها تنظیم می‌شوند و این دروس می‌توانند توسط دانشجویان اخذ شوند. هر برنامه درسی، شامل تعدادی درس و همچنین مجموعه‌ای از کلاس‌ها است که با تعداد صندلی‌ها مشخص می‌شوند و همچنین شامل مجموعه‌ای از بازه‌های زمانی است که دروس باید در آن بازه‌های زمانی ارائه شوند [۲۶]. حل یک مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی برای یک دانشگاه، فرآیند پیچیده‌ای است که در آن لازم است محدودیت‌های مختلفی رعایت شوند. چیزی که اهمیت دارد این است که محدودیت‌های سخت هرگز قابل نقض نیستند ولی در عوض، محدودیت‌های نرم^۷ خیلی مهم نیستند و معمولاً فقط در صورت برآورده شدن همه محدودیت‌های سخت^۸، گذاشته می‌شوند و در واقع آنها کیفیت را بهبود می‌بخشند [۲۷ و ۲۸].



شکل ۱. نمودار مسائل زمان‌بندی



شکل ۲. نمودار جریان داده‌های سیستم زمانبندی دروس دانشگاهی

در ادامه تابع هدف و محدودیت‌های ریاضی مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی آورده شده است.

$$\begin{aligned}
 \min z = & \sum_{q \in Q} \sum_{h \in H} (M^{Comp} u_{qh}) + M^{Dist} \sum_{d \in D} \sum_{c \in C} \int_{d \neq d_5} int_{cd} \\
 & + \sum_{c \in C} M^{Mdw} w_c + \sum_{c \in C} \sum_{h \in H} \sum_{a \in A} M^{Cap} |std_c - cap_a| y_{cha} \\
 & + M^{Astb} \sum_{q \in Q} \sum_{d \in D} \sum_{a \in A} \sum_{\substack{h \in H(d) \\ h \notin LHPM}} \left| \sum_{c \in C(q)} y_{cha} \right. \\
 & \left. - \sum_{c \in C(q)} y_{c(h+1)a} \right|
 \end{aligned} \tag{1}$$



$$\sum_{c \in C(q)} \left(\sum_{a \in A} y_{c(h-\imath)a} - \sum_{a \in A} y_{cha} + \sum_{a \in A} y_{c(h+\imath)a} \right) - \imath \leq u_{qh}, \quad \forall h \in H - \{SH \cup EH\}, \quad \forall q \in Q \quad (2)$$

$$\sum_{c \in C(q)} \left(\sum_{a \in A} y_{cha} - \sum_{a \in A} y_{c(h+\imath)a} \right) \leq u_{qh}, \quad \forall h \in SH, \quad \forall q \in Q \quad (3)$$

$$x_{cd} + x_{c(d+\imath)} - \imath \leq int_{cd}, \quad \forall c \in C, \quad \forall d \in D, \quad d \neq d_\circ \quad (4)$$

$$\sum_{h \in H(d)} \sum_{a \in A} y_{cha} \geq x_{cd}, \quad \forall c \in C, \quad \forall d \in D \quad (5)$$

$$\sum_{d \in D} x_{cd} + w_c \geq mdw_c, \quad \forall c \in C \quad (6)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{a \in A} y_{cha} = lct_c, \quad \forall c \in C \quad (7)$$

$$\sum_{c \in C(q)} \sum_{a \in A} y_{cha} \leq \imath, \quad \forall h \in H, \quad \forall q \in Q \quad (8)$$

$$\sum_{c \in C} y_{cha} \leq \imath, \quad \forall h \in H, \quad \forall a \in A \quad (9)$$

$$\sum_{c \in C(p)} \sum_{a \in A} y_{cha} \leq \imath, \quad \forall h \in H, \quad \forall p \in P \quad (10)$$

$$\sum_{a \in A} y_{c\bar{h}a} = \circ, \quad \forall (\bar{c}, \bar{h}) \in PD \quad (11)$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{h \in H} y_{ch\bar{a}} - \sum_{h \in H} y_{c\bar{h}\bar{a}} = \circ, \quad \forall (\bar{c}, \bar{a}) \in RD \quad (12)$$



$$\sum_{h \in H} \sum_{a \in A} y_{cha} - \sum_{h \in H} y_{ch\bar{a}} = 0, \quad \forall (\bar{c}, \bar{a}) \in RD \quad (13)$$

$$y_{cha} \in \{0, 1\}, \quad \forall c \in C, \quad \forall h \in H, \quad \forall a \in A \quad (14)$$

$$x_{cd} \in \{0, 1\}, \quad \forall c \in C, \quad \forall d \in D \quad (15)$$

$$u_{qh} \in \{0, 1\}, \quad \forall q \in Q, \quad \forall h \in H \quad (16)$$

$$w_c \in \mathbb{N}, \quad \forall c \in C \quad (17)$$

$$int_{cd} \in \{0, 1\}, \quad \forall c \in C, \quad \forall d \in D, \quad d \neq d_0 \quad (18)$$

حال به شرح پارامترهای مدل فوق می‌پردازیم. در مدل فوق، پارامتر C ، مجموعه دروس با اندیس c است که در این ترم ارائه می‌شوند. A مجموعه کلاس‌های موجود با اندیس a است. H مجموعه‌ای است از بازه‌های زمانی با اندیس h که مجاز است یک درس در آن بازه برنامه‌ریزی شود. D مجموعه روزهای کاری با اندیس d در هفته است. Q مجموعه برنامه‌های درسی ایجاد شده توسط گروه آموزشی با اندیس q است. P مجموعه اساتید با اندیس p است. B مجموعه دانشجویان با اندیس b است. $C(q)$ مجموعه دروس متعلق به برنامه درسی $q \in Q$ است. $C(p)$ مجموعه درس‌هایی است که توسط استاد $p \in P$ تدریس می‌شود. $H(d)$ مجموعه بازه‌های زمانی مجاز متعلق به روز $d \in D$ می‌باشد. Lct_c تعداد جلسات هفتگی مورد نیاز درس c است. Mdw_c حداقل روزهای کاری هفته است که باید برای درس $c (\forall c \in C)$ وجود داشته باشد. Std_c تعداد دانشجویان متقاضی برای درس c است. Cap_a ظرفیت کلاس a یا همان تعداد صندلی‌های موجود در کلاس a می‌باشد. M^{Ccomp} جریمه‌ی مربوط به قید نرم فشردگی برنامه‌ی آموزشی است. M^{Mdw} جریمه‌ی مربوط به قید نرم حداقل تعداد روزهای مورد نیاز دروس، M^{Acap} جریمه‌ی مربوط به قید نرم ظرفیت کلاس، M^{Astb} جریمه مربوط به قید نرم ثبات کلاس، M^{Dist} جریمه‌ی مربوط به قید نرم توزیع دروس به صورت روزهای غیرمتوالی در طول هفته، M^{stdc} جریمه‌ی مربوط به ازدحام متقاضیان هر درس می‌باشند. SH نیز مجموعه بازه‌های زمانی ابتدای روز و EH مجموعه بازه‌های زمانی انتهای روز



هستند. PD مجموعه ای از زوج مرتب‌ها است که بیانگر عدم حضور استاد درس C در بازه زمانی h می‌باشد و با (\bar{c}, \bar{h}) نمایش می‌دهیم. RD نیز مجموعه ای از زوج مرتب‌ها است که بیانگر الزام اختصاص یافتن درس C به کلاس a می‌باشد و با (\bar{c}, \bar{a}) نمایش می‌دهیم. متغیرهای تصمیم مدل فوق نیز عبارتند از: y_{cha} که متغیری باینری است که اگر یک جلسه از درس C در بازه زمانی h در کلاس a برنامه‌ریزی شده باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد $(\forall C \in C, \forall h \in H, \forall a \in A)$. u_{qh} متغیری باینری است که اگر برنامه درسی q در بازه زمانی h ، خالی باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد $(\forall q \in Q, \forall h \in H)$. x_{ca} متغیری باینری است که اگر حداقل یک جلسه از درس C در $h \in H(d)$ برنامه‌ریزی شده باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد $(\forall C \in C, \forall d \in D)$. int_{ca} متغیر باینری^۱ که اگر حداقل یک جلسه از درس $C \in C$ در دو روز متوالی $d, d+1 \in D$ برنامه‌ریزی شده باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد. (این متغیر برای کنترل کردن توزیع کلاس‌های درس $C \in C$ در روز $d \in D$ (روزهای کاری هفته) ایجاد شده است). w_c متغیر عدد صحیح^۱ که تعداد روزهای کمتر از مینیمم روزهای مورد نیاز برای درس $C \in C$ را می‌شمارد. در ادامه به تجزیه و تحلیل تابع هدف و قیود مدل معرفی شده می‌پردازیم.

تابع هدف (عبارت (۱))، برنامه درسی هر دانشجو را تا حد امکان فشرده می‌کند و سعی دارد توزیع مناسبی برای کلاس‌های درس یکسان ایجاد کند و تفاوت تعداد روزهایی که برای توزیع هفتگی کلاس‌های یک درس در نظر گرفته شده است را حداقل کند و هم چنین سعی دارد تعداد ظرفیت اضافه آمده در هر کلاسی که به درس C اختصاص داده شده است را به کمترین میزان خود برساند. عبارت $\sum_{q \in Q} \sum_{h \in H} (M^{CComp} u_{qh})$ از تابع هدف، بیانگر این است که برنامه درسی هر دانشجو تا حد ممکن باید فشرده باشد. عبارت $\sum_{d \in D} \sum_{C \in C} int_{ca}$ از تابع هدف، برای کنترل کردن توزیع مناسب کلاس‌های درس در تابع هدف در نظر گرفته شده است. هدف آن این است که کلاس‌های درس‌های یکسان، تا حد امکان در کل هفته پخش شوند و در دو روز متوالی قرار نگیرند. عبارت $\sum_{C \in C} M^{Mdw} w_c$ از تابع هدف، جریمه قید نرم مربوط به توزیع کلاس‌ها در طول هفته می‌باشد. یعنی اگر حداقل تعداد روز کاری که برای یک درس در نظر گرفته شده است با تعداد روزی که در برنامه‌ریزی در نظر گرفته می‌شود، تفاوت داشته باشد، این متغیر w_c ، مقدار صحیح و مثبت اختیار می‌کند و تابع هدف به سمت هر چه کمتر



کردن این مقدار می‌رود. مثلاً اگر برای درسی، ۲ جلسه در ۲ روز کاری در نظر گرفته شده باشد ولی در برنامه ریزی، ۲ جلسه در یک روز اختصاص یابد، این متغیر مقدار یک را اختیار می‌کند و به صورت جریمه در تابع هدف ظاهر می‌شود و با این جریمه، سعی در هر چه بهتر توزیع کردن جلسات درس‌ها داریم. عبارت $\sum_{c \in C} \sum_{h \in H} \sum_{a \in A} M^{ACap} |std_c - capa| y_{cha}$ از تابع هدف، این عبارت مربوط به تقاضای کلاسی است که به یک درس اختصاص داده شده است (در طی یک دوره زمانی) و آن کلاس باید ظرفیت جا دادن همه‌ی دانشجویانی را که در آن ترم در آن درس ثبت نام کرده‌اند، داشته باشد و تعداد صندلی‌هایی که بیشتر از تعداد دانشجویان است را به حداقل برساند. ما بر گذاشتن قدر مطلق در قید بالا تاکید می‌کنیم. زیرا اگر تعداد دانشجویان ثبت نامی در یک درس مذکور بیشتر از ظرفیت کلاسی باشد که به آن درس اختصاص یافته است، آنگاه حاصل این تفاضل در قید تابع هدف منفی می‌شود و در نتیجه جواب تابع هدف نیز منفی می‌شود. بنابراین تابع هدف برای هرچه بیشتر مینیمم شدن به دنبال کلاس‌های با ظرفیت بیشتر می‌گردد که این خلاف خواسته ما است و بهینه نیست. لذا گذاشتن قدر مطلق به ما کمک می‌کند که این مشکل را حل کنیم.

عبارت $M^{AStb} \sum_{q \in Q} \sum_{d \in D} \sum_{a \in A} \sum_{h \in H(d)} | \sum_{c \in C(q)} y_{cha} - \sum_{c \in C(q)} y_{c(h+1)a} |$ از تابع هدف، تضمین‌کننده این است که از تاخیر و سردرگمی دانشجویان در جابه‌جایی از کلاسی به کلاس دیگر جلوگیری کنیم. درواقع هدف ما این است که استادی که درس می‌دهد بین کلاس‌ها جابه‌جا شود.

محدودیت (۲)، برای مینیمم کردن زمان‌های خالی بین کلاس‌های درسی برنامه آموزشی q و در نتیجه برای فشردن سازی برنامه درسی q می‌باشد. محدودیت (۳)، برای مینیمم کردن زمان‌های خالی بین کلاس‌های درسی برنامه آموزشی q و در نتیجه برای فشردن سازی برنامه درسی q می‌باشد و همچنین تضمین می‌کند که اگر در اولین بازه زمانی روز یکی از دروس برنامه‌ی q ارائه شود ولی در بازه بعدی آن درسی ارائه نشود، جزء بازه خالی برنامه q می‌باشد و هدف از این قید مینیمم کردن این بازه‌های زمانی خالی می‌باشد. محدودیت (۴)، بیانگر این است که از نظر آموزشی، ترجیح داده می‌شود که کلاس‌های درس‌های یکسان، تا حد امکان در کل هفته پخش شوند و در دو روز متوالی قرار نگیرند. محدودیت (۵)، تضمین می‌کند که به ازای هر درس و به ازای هر روز کاری، اگر حداقل یک جلسه از درس c در $h \in H(d)$ برنامه ریزی شده باشد، حتماً یک جلسه از آن درس c در بازه‌ی زمانی h در کلاس a برگزار شود. محدودیت (۶)، یک محدودیت نرم است که می‌خواهد تعداد روزهایی که جلسات



درس C در آن برگزار می‌شود، بیشتر از مینیمم روزهای مورد نیاز برای درس C باشد. یعنی تا حد ممکن می‌خواهد از برگزار شدن جلسات درس C در یک روز جلوگیری کند ولی اگر این امکان وجود نداشته باشد، متغیر z_C ، مقداری صحیح و مثبت می‌گیرد و در تابع هدف با ضریب M^{Mdw} جریمه می‌شود. محدودیت (۷)، بیان می‌کند که برای هر درس، حتماً به تعداد جلسات مورد نیاز برای آن، کلاس برگزار شود. محدودیت (۸)، تضمین می‌کند که برای یک برنامه ارائه شده، در هر بازه زمانی خاص، حداکثر یک درس در یک کلاس برگزار شود و در واقع، درس یک برنامه با هم تداخل نداشته باشند. محدودیت (۹)، بیان می‌کند که در یک بازه زمانی، نمی‌توان بیش از یک درس را در یک کلاس برگزار کرد. محدودیت (۱۰)، تضمین می‌کند که حداکثر یک درس C که توسط استاد t تدریس می‌شود، در یک بازه y زمانی خاص در یک کلاس برگزار شود. یعنی به ازای هر استاد و هر بازه y زمانی، حداکثر یک درس در یک کلاس برگزار شود و مثلاً در یک بازه y خاص، به یک استاد، ۲ درس تعلق نگیرد. محدودیت (۱۱)، تضمین می‌کند که اگر استادی در یک بازه زمانی در دسترس نیست، درسی برای تدریس به این استاد، اختصاص داده نشود. محدودیت (۱۲)، بیان می‌کند که استاد درس C تنها استاد از مجموعه اساتید در نظر گرفته شده می‌باشد که می‌تواند در کلاس a درس بدهد. محدودیت (۱۳)، بیان می‌کند که در کلاس a جز استاد درس C ، استاد دیگری در آن ارائه ندهد. محدودیت‌های (۱۴) تا (۱۸) نیز بیان‌کننده دامنه مقادیر متغیرهای مسئله می‌باشند.

۳- مورد مطالعه و تجزیه و تحلیل یافته‌ها

به منظور اثبات قابلیت‌های مدل فرموله شده در بخش قبل، برای حل مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، گروه ریاضی کاربردی دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت در گرایش‌های بهینه‌سازی، آنالیز عددی و رمزکد انتخاب شده است. اکنون مدل پیشنهادی را روی ترم دوم کارشناسی ارشد سال اول ریاضیات کاربردی ورودی ۱۴۰۰ اعمال می‌کنیم. این دپارتمان یک دوره کارشناسی ارشد دو ساله را در ریاضیات پیشنهاد می‌کند که در سه برنامه درسی تئوری، کاربردی و آموزشی سازماندهی شده است. همچنین می‌توان طرح‌های مطالعاتی فردی را به عنوان جایگزینی برای برنامه‌های درسی پیشنهادی ارائه کرد و این طرح‌ها را به عنوان برنامه‌های درسی متفاوت در نظر بگیریم. برای برنامه‌ریزی دروس دانشگاه، باید فاکتورهایی مانند تعداد کلاس‌ها و نیروی انسانی در نظر گرفته شود. ما پارامترهای استفاده شده در مدل معرفی شده را از آموزش دانشکده دریافت کردیم. سپس آن‌ها را در مدل قرار داده و آن را در نرم‌افزار GAMS پیاده‌سازی کردیم.



مقادیر متغیر $y_{c,h,a}$ عبارتند از:

$$\begin{aligned} y_{1,2,3} &= y_{1,12,3} = y_{2,3,3} = y_{2,11,3} = y_{3,2,1} = y_{3,12,1} = y_{4,7,4} = y_{4,13,4} = \\ y_{5,1,3} &= y_{5,14,3} = y_{6,5,3} = y_{6,17,3} = y_{7,7,3} = y_{7,16,3} = y_{8,1,4} = y_{9,9,3} = \\ y_{10,18,3} &= y_{11,19,3} = y_{12,6,4} = y_{13,5,4} = y_{14,15,3} = y_{15,13,3} = y_{16,6,3} = \\ y_{17,2,2} &= y_{18,4,3} = y_{18,10,3} = y_{18,20,3} = 1 \end{aligned}$$

و باقی متغیرهای $y_{c,h,a}$ مقدار صفر را می‌گیرند.

برای مثال $y_{1,2,3} = 1$ به این معنی است که یک جلسه از درس ۱، در بازه زمانی ۲ و در کلاس ۳ برگزار می‌شود. این نتیجه، در جدول ۱ و در جدول ۴ (که مربوط به کلاس شماره ۳ است)، به طور شفاف نشان داده شده است. هم چنین $y_{1,12,3} = 1$ به این معنی است که یک جلسه دیگر از درس ۱، در بازه ۱۲ و باز هم در کلاس ۳ برگزار می‌شود (جدول ۱ و ۴). توجه شود که در قسمت پارامترها حداقل تعداد جلسات مورد نیاز برای درس ۱، ۲ جلسه در نظر گرفته شده بود که این موضوع در نتیجه هم رعایت شده است. باقی متغیرها نیز به همین ترتیب تعبیر می‌شوند.

جدول ۱- نمایش مقادیر متغیر $y_{c,h,a}$

روز / درس	شنبه				یکشنبه				دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
بازه ۱																				
۲																				
۳																				
۴																				
۵																				
۶																				
۷																				
۸																				
۹																				
۱۰																				
۱۱																				
۱۲																				



روز / درس	شنبه					یکشنبه					دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
بازه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰		
۱۳					■																	
۱۴															■							
۱۵																■						
۱۶																						
۱۷																						
۱۸																				■		

مقادیر به‌دست آمده برای $x_{c,d}$:

$$\begin{aligned}
 &x_{1,1} = x_{1,2} = x_{2,1} = x_{2,2} = x_{3,1} = x_{3,2} = x_{4,2} = x_{4,4} = x_{5,1} \\
 &= x_{5,4} = x_{6,2} = x_{6,5} = x_{7,2} = x_{7,4} = x_{8,1} = x_{9,2} = x_{10,5} = x_{11,5} \\
 &= x_{12,2} = x_{13,2} = x_{14,4} = x_{15,4} = x_{16,2} = x_{17,1} = x_{18,1} = x_{1,2} = x_{18,5} = 1
 \end{aligned}$$

و باقی متغیرهای $x_{c,d}$ مقدار صفر را می‌گیرند.

برای مثال $x_{1,1} = 1$ به این معنی است که یک جلسه از درس ۱، در روز یکم (شنبه) برگزار می‌شود و $x_{1,2} = 1$ به این معنی است که جلسه دیگر از درس ۱ در روز سوم (دوشنبه) برگزار می‌شود (جدول ۲). توجه شود که در پارامترهای مسئله مورد بررسی، حداقل تعداد جلسه مورد نیاز برای درس ۱، دو جلسه در نظر گرفته شده بود که این موضوع در این نتیجه نیز رعایت شده است. باقی متغیرها نیز به همین ترتیب تعبیر می‌شوند.

جدول ۲- نمایش مقادیر متغیر $x_{c,d}$

روز / درس	شنبه					یکشنبه					دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
بازه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰		
۱	■																					
۲																						
۳																						
۴																						
۵																						
۶																						
۷																						
۸																						



روز	شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
درس ۹			■		
۱۰				■	
۱۱					■
۱۲		■			
۱۳				■	
۱۴					■
۱۵			■		
۱۶		■			
۱۷	■				
۱۸		■			■

همان‌طور که قبلاً بیان شد، متغیر $int_{c,d}$ متغیری باینری است که اگر حداقل یک جلسه از درس $c \in C$ در دو روز متوالی $d, d+1 \in D$ برنامه ریزی شده باشد یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد. (این متغیر برای کنترل کردن توزیع کلاس‌های درس $c \in C$ در روز $d \in D$ (روزهای کاری هفته) ایجاد شده است). در جدول ۵، دیدیم، هیچ‌یک از دروس در دو روز متوالی ارائه نمی‌شوند و لذا داریم:

$$int_{c,d} = 0 \quad \forall c \in C, \forall d \in D, d \neq 5$$

هم‌چنین قبلاً بیان شد که متغیر w_c یک متغیر عدد صحیح است که تعداد روزهای کمتر از مینیمم روزهای مورد نیاز برای درس $c \in C$ را می‌شمارد. طبق جدول ۵ و با توجه به پارامترهای مسئله، چون حداقل تعداد روزهای مورد نیاز برای تمام دروس رعایت شده است، لذا داریم:

$$w_c = 0 \quad \forall c \in C$$

هم‌چنین هریک از برنامه‌های درسی ارائه شده توسط گروه آموزشی، در جدول ۳ آورده شده است:



جدول ۳- نمایش نتایج حاصل از تخصیص برنامه‌های درسی به روزهای هفته

روز / درس	شنبه				یکشنبه				دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
بازه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
q _۱	درس	درس	درس	درس					درس	درس	درس	درس								
q _۲	۸	۱	۲	۱۸					۹	۱۸	۲	۱								
q _۳																				
q _۴																				
q _۵																				



همچنین قبل‌تر گفتیم که $u_{q,h}$ یک متغیر باینری است که اگر برنامه درسی q در بازه زمانی h ، خالی باشد یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد. با توجه به جدول ۶، در هیچ‌یک از برنامه‌های q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 بازه خالی نداریم و بنابراین:

$$u_{q,h} = 0 \quad \forall q \in Q, \forall h \in H$$

در ادامه، از بین ۴ کلاس در نظر گرفته شده، به عنوان نمونه برنامه کلاس شماره ۳ آورده شده است.

جدول ۴- نمایش برنامه هفتگی کلاس شماره ۳

روز درس	شنبه				یکشنبه				دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
بازه																				
۱																				
۲																				
۳																				
۴																				
۵																				
۶																				
۷																				
۸																				
۹																				
۱۰																				
۱۱																				
۱۲																				
۱۳																				
۱۴																				
۱۵																				
۱۶																				
۱۷																				
۱۸																				



جدول ۴ نشان می‌دهد که در کلاس ۳، درس ۱، در بازه زمانی ۲-۴م از روز شنبه و بازه زمانی ۴-۴م از روز دوشنبه تشکیل می‌شود. درس ۲، در بازه زمانی ۳-۴م از روز شنبه و دوشنبه تشکیل می‌شود. درس ۳ و ۴، در این کلاس برگزار نمی‌شوند و ... و درس ۱۸ نیز در بازه زمانی ۴-۴م از روز شنبه، بازه زمانی دوم از روز دوشنبه و بازه زمانی ۴-۴م از روز چهارشنبه تشکیل می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل ریاضی جدیدی برای حل مسائل زمان‌بندی دروس دانشگاه ارائه شده است. برای حصول جواب بهین مناسب، پیشنهاد کردیم تا از قیود سخت و نرم استفاده شود. سپس کارایی این مدل، براساس مفروضات گروه ریاضی کاربردی ترم دوم مقطع ارشد ورودی ۱۴۰۰ دانشگاه علم و صنعت و با پیاده سازی در نرم افزار GAMS ورژن ۲، ۱، ۲ بررسی شد.

نتایج تجربی نشان می‌دهد که رویکرد ما در مقایسه با نتایج به‌دست‌آمده، جواب‌های شدنی با کیفیت بالا را در زمان محاسباتی کمتری ارائه می‌کند. نتیجه به دست آمده از حل مدل بسیار راضی‌کننده بود و مسئله در مدت ۷۴۶ ثانیه، روی سیستم CORE i⁵ به جواب بهینه سراسری منتهی شد و می‌توان گفت مدل از قدرت محاسباتی بالایی برخوردار است. از طرفی با تغییر پارامترها، حل مجدد مسئله به راحتی و در زمان کمی صورت می‌گیرد. شایان توجه است که این مدل از هزینه محاسباتی کمی برخوردار است و در عین حال مسئله پیچیده و البته پرکاربردی را حل می‌نماید. ما معتقدیم که این مدل را می‌توان بیشتر نیز گسترش داد و محدودیت‌های نرم دیگری را با توجه به سلیقه و خواسته‌های سازمانی اضافه نمود.

۵- پی‌نوشت‌ها

- | | | |
|--------------------------|----------------------|----------------------------|
| ۱. Timetabling problem | ۲. Genetic Algorithm | ۳. Ant colony optimization |
| ۴. Metaheuristic methods | ۵. Rossi Doria | ۶. Graph coloring |
| ۷. Soft conditions | ۸. hard conditions | ۹. Binary variable |
| ۱۰. Integer variable | | |

۶- منابع

- [۱] Almond, M., An algorithm for constructing university timetables, *Computer Journal*, vol. ۸, pp. ۳۳۱-۳۴۰, ۱۹۶۶.
- [۲] Abdennadher, S. and Marte, M., University course timetabling using Constraint Handling Rules, *Journal of Applied Artificial Intelligence*, vol. ۱۴, No. ۴, pp. ۳۱۱-۳۲۶, ۲۰۰۰.



- [۳] Wren A. on “Scheduling, timetabling and rostering-A special relationship? Lecture Notes” in *Computer Science*, vol. ۱۱۵۳, pp. ۴۶-۷۵, ۱۹۹۶.
- [۴] Even S. and Itai A. and Shamir A. On “The Complexity of Time Table and Multicommodity Flow Problems” in *SIAM J. Comput.*, vol. ۵, pp. ۶۹۱-۷۰۳, ۱۹۷۶.
- [۵] Chen, C. C. and Smith, S. F., “Applying constraint satisfaction techniques to job shop scheduling,” *Annals of Operations Research*, vol. ۷۰, pp. ۳۲۷-۳۵۷, ۱۹۹۷.
- [۶] Cavdur, F. and Kose, M. “A fuzzy logic and binary-goal programming-based approach for solving the exam timetabling problem to create a balanced-exam schedule,” *International Journal of Fuzzy Systems*, Vol. ۱۸, pp. ۱۱۹-۱۲۹, ۲۰۱۶.
- [۷] Chahal, N. and de Werra, D., “An interactive system of constructing timetables on a PC,” *European Journal of Operational Research*, vol. ۴۰, pp. ۳۲-۳۷, ۱۹۸۹.
- [۸] Deris S. and Omatu S. and Ohta H., “Timetable Planning using the Constraint-based Reasoning,” *Computer and Operations Research*, Vol. ۲۷, ۸۱۹-۸۴۰, ۲۰۰۰.
- [۹] Asadi, Z., Valipour khatir, M., Safaei, A., “Modeling and solving Multi-objective Vehicle Routing Problem of Distribution Companies with Fuzzy and Stochastic Constraints (Case Study)”, *Modern Researches in Decision Making*, ۴(۱), ۱-۲۴, ۲۰۱۹.
- [۱۰] Tarin, N., Azar, A., Ebrahimi, A., “Design of multi-period Reverse logistic model with different product recovery routes under uncertainty”, *Modern Researches in Decision Making*, ۲(۴), ۲۹-۵۶, ۲۰۱۸.
- [۱۱] Costa, D., “A tabu search algorithm for computing an operational timetable,” *European Journal of Operational Research*, vol. ۷۶, No. ۱, pp. ۹۸-۱۱۰, ۱۹۹۴.
- [۱۲] Mulvey, J., “A classroom time assignment model”, *European Journal of Operational Research*, vol. ۹, pp. ۶۴-۷۰, ۱۹۸۲.
- [۱۳] Feng, X., Lee, Y. and Moon, I., “An integer program and a hybrid genetic algorithm for the university timetabling problem,” *Optimization Methods and Software*, Vol. ۳۲, pp. ۶۲۵-۶۴۹, ۲۰۱۷.
- [۱۴] Yang, S., and Jat, S. N., “Genetic algorithms with guided and local search strategies for university course timetabling,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, Vol. ۴۱, pp. ۹۳-۱۰۶, ۲۰۱۱.
- [۱۵] Babaei, H., Karimpour, J., and Hadidi, A. “A survey of approaches for university course timetabling problem,” *Computers & Industrial Engineering*, Vol. ۸۶, ۴۳-۵۹, ۲۰۱۵.
- [۱۶] Daskalaki, S., Birbas, T. and Housos, E. “An integer programming formulation for a case study in university timetabling,” *European Journal of Operational Research*, Vol. ۱۵۳, pp. ۱۱۷-۱۳۵, ۲۰۰۴.



- [۱۷] Rossi Doria O. and Paechter B. "A memetic algorithm for university course timetabling," *Proceedings of Combinatorial Optimization* (CO ۲۰۰۴), pp. ۵۶. ۲۰۰۴.
- [۱۸] Burke, E. K., Gendreau, M., Hyde, M., Kendall, G., Ochoa, G., zcan, E., and Qu, R., "Hyper-heuristics: A survey of the state of the art," *Journal of the Operational Research Society*, Vol. ۶۴, pp. ۱۶۹۵-۱۷۲۴, ۲۰۱۳.
- [۱۹] Nandhini, M. and Kanmani, "A survey of simulated annealing methodology for university course timetabling," *International Journal of Recent Trends in Engineering*, Vol. ۱, ۲۵۵-۲۶۲, ۲۰۰۹.
- [۲۰] Mahdavi, A., "Designing Quality Measurement Model of Information System Services Based on Genetic Algorithm", *The Journal of Management Research in Iran*, ۱۱(۲۰), ۲۳۵-۲۶۳, ۲۰۰۷.
- [۲۱] Ghalehgolabi, M. and Rezaeipannah, A. "Intrusion Detection System Using Genetic Algorithm and Data Mining Techniques Based on the Reduction Features," *International Journal of Computer Applications Technology and Research*, Vol. ۶, pp. ۴۶۱- ۴۶۶, ۲۰۱۶.
- [۲۲] Ramani A., Aloul F., Markov I. and Sakallah K., "Breaking instance independent symmetries in Exact Graph Coloring," *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol. ۲۶, pp. ۲۸۹-۳۲۲, ۲۰۰۶.
- [۲۳] Akbari, M., "A model for production and inventory control in crisis condition", *The Journal of Management Research in Iran*, ۱۹(۴), ۴۵-۷۰, ۲۰۱۶.
- [۲۴] Datta, K. Deb, Fonseca, C. M., "Multi-objective evolutionary algorithm for university class timetabling problem," *Evolutionary scheduling*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. ۱۹۷- ۲۳۶, ۲۰۱۷.
- [۲۵] Werra, D. De, "An introduction to Timetabling", *European Journal of Operations Research*, Vol. ۱۹, ۱۵۱-۱۶۲, ۱۹۸۵.
- [۲۶] Lewis R., "A Survey of Metaheuristic based techniques for University Timetabling problems", *OR Spectrum*, Vol. ۳۰, ۱۶۷-۱۹۰, ۲۰۰۸.
- [۲۷] Rogalska, M., Bożejko, W. and Hejducki, Z., "Time/cost optimization using hybrid evolutionary algorithm in construction project scheduling," *Automation in Construction*, Vol. ۱۸, pp. ۲۴-۳۱, ۲۰۰۸.
- [۲۸] Lei, Y., Gong, M., Jiao, L. and Zuo, Y., "A memetic algorithm based on hyper-heuristics for examination timetabling problems," *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*, Vol. ۸, pp. ۱۳۹-۱۵۱, ۲۰۱۵.